



---

## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XII-a

### 1. Tétel (7 pont)

Igazoljátok, hogy az  $x * y = e^{\ln x \cdot \ln y}$  művelet a  $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$  halmazon és határozátok meg azokat az elemeket, amelyeknek létezik szimmetrikusa.

### 2. Tétel (7 pont)

R –en értelmezzük az  $x * y = xy + 5x + ay + b$  műveletet. Határozátok meg az  $a$  és  $b$  valós számokat úgy, hogy létezzen semleges elem.

### 3. Tétel (7 pont)

a) Adott az  $f_\alpha: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f_\alpha(x) = \frac{1}{x^2 + \alpha}$  függvény,  $\alpha \in [0, \infty)$ . Számítsátok ki:  $I = \int f_\alpha(x) dx$ .

b) Határozátok meg azokat az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$  függvényeket,  $a, b \in \mathbb{R}$ , amelyekre

$$\int [f(x) + (f \circ f)(x)] dx = x^2 + 1008x + C$$

### 4. Tétel (7 pont)

Adott az  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x)$  függvény.

a) Számítsátok ki:  $I_1 = \int_1^2 f\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$ .

b) Számítsátok ki:  $I_2 = \int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \frac{f(x)}{x} dx$ .

**Notă:** Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.